Departement Physik
Universität Basel
Prof. M. Poggio / PD Dr. M. Calame
T. Meier / C. Drechsel
tobias.meier@unibas.ch
c.drechsel@unibas.ch
Büro 3.04
Tel.: 061 207 37 30
http://adam.unibas.ch

Übungen und Ergänzungen zur Einführung in die Physik I

für Studierende

der Biologie, Pharmazie und Geowissenschaften

Serie 2 / 26. September 2017 **Lösungen**

Aufgabe 6.

Die Radfahrer brauchen eine Stunde um aufeinander zu treffen, da jeder mit 16 km/h gerade 16 km weit fährt, also macht auch die Biene eine Stunde lang ihre Hin-und-her-Flüge. Da sich ihre Geschwindigkeit auf 40 km/h beläuft, legt sie die Gesamtstrecke von 40 km zurück.

Aufgabe 7.

Entfernung des Bootes vom Landungssteg zur Absprungzeit $t = 0$ ist $e = 10$ m
Länge des Bootes: $l = 5$ m
Der Ursprung des Koordinatensystems sei die Absprungkante des Steges. Dann gilt für das Niveau der Landefläche: y_0 = -3.5 m

Zunächst wird die Flugzeit t_0 mit der Gleichung für die Vertikalbewegung (freier Fall) ermittelt:

$$y_0 = -1/2 g t_0^2 \Rightarrow t_0 = \sqrt{2y_0/g}$$

Für den Weg s_b, den das Boot während dieser Zeit zurücklegt, gilt:

$$s_b = v \cdot t_0$$

Somit gilt für den minimalen horizontalen Flugweg:

$$s_{min} = e + v \cdot t_0$$

In diesem Fall trifft der Mittelpunkt des Motorrads gerade noch am Heck des Bootes auf.
Für den maximalen horizontalen Flugweg gilt:

$$s_{max} = e + l + v \cdot t_0$$

In diesem Fall landet 007 auf der vorderen Spitze des Bootes.
Für die konstante horizontale Geschwindigkeit gilt damit:

$$v_{min} = s_{min}/t_0 = 73 \text{ km/h} \qquad \text{und} \qquad v_{max} = s_{max}/t_0 = 94 \text{ km/h}$$

Die Geschwindigkeit von James Bond muss also zwischen 73 km/h und 94 km/h liegen.

Aufgabe 8.

Allgemein:

$$v = \dot{s} = \frac{ds}{dt} \qquad \text{und} \qquad a = \ddot{s} = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

(a) Im Fall einer vektoriellen Grösse muss die Ableitung für jede Komponente gebildet werden.

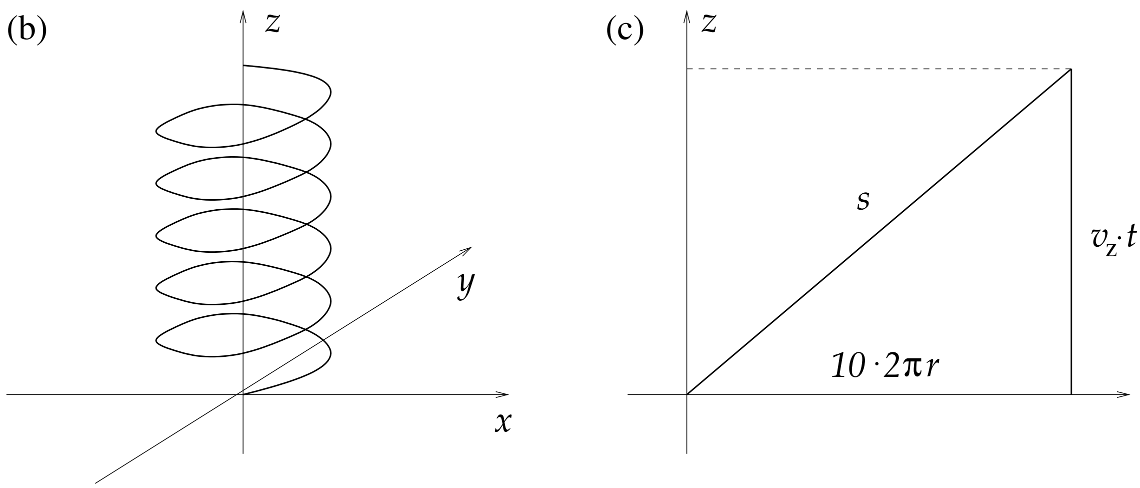
$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= v_x(t) = -r\omega \cdot \sin(\omega t) & \qquad \ddot{x}(t) &= a_x(t) = -r\omega^2 \cdot \cos(\omega t) \\ \dot{y}(t) &= v_y(t) = r\omega \cdot \cos(\omega t) & \ddot{y}(t) &= a_y(t) = -r\omega^2 \cdot \sin(\omega t) \\ \dot{z}(t) &= v_z(t) = v_z & \ddot{z}(t) &= a_z(t) = 0 \end{aligned}$$

Für die Beträge ergibt sich dann:

$$\begin{aligned} |v(t)| &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{r^2\omega^2 \sin^2(\omega t) + r^2\omega^2 \cos^2(\omega t) + v_z^2} \\ &= \sqrt{r^2\omega^2 \underbrace{(\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t))}_{=1} + v_z^2} = \sqrt{r^2\omega^2 + v_z^2} = 6.28 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |a(t)| &= \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{r^2\omega^4 \cos^2(\omega t) + r^2\omega^4 \sin^2(\omega t) + 0} \\ &= \sqrt{r^2\omega^4 \underbrace{(\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t))}_{=1}} = \sqrt{r^2\omega^4} = 39.5 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

(b) Es ergibt sich eine Spirale um die z-Achse, s. Abbildung.



(c) Um den Weg s des Punktes zu berechnen, muss man sich als erstes überlegen, wieviele Windungen er durchläuft. Da die Kreisfrequenz $\omega = 2\pi$ ist, durchläuft der Punkt pro Sekunde eine Windung. In 10 s also folglich 10 Windungen, die einen Umfang von $2\pi r$ haben. Da er sich dabei aber auch in z-Richtung bewegt, muss dies ebenfalls beachtet werden, und so ergibt sich ein rechtwinkeliges Dreieck wie in der Abbildung dargestellt. Der Weg s lässt sich nun mittels des Satz von Pythagoras berechnen.

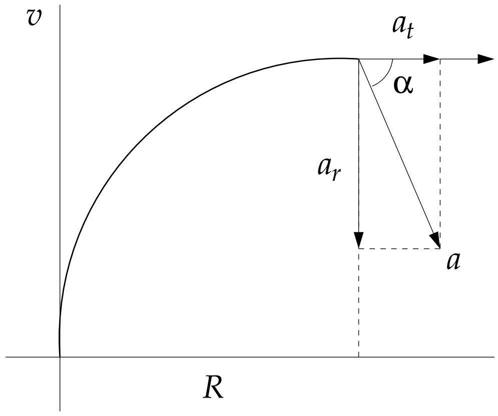
$$s = \sqrt{(10 \cdot 2\pi r)^2 + v_z^2 t^2} = 62.9 \text{ m}$$

Aufgabe 9.

(a) Die Zentripetalbeschleunigung: $a_z = v_1^2/R$. Da die Zentripetalbeschleunigung beim Verlassen der Kurve am grössten ist, folgt für die Endgeschwindigkeit:

$$v_1 = \sqrt{a_z R} = 13.89 \text{ m/s} = 50 \text{ km/h}$$

(b) Die gesamt Beschleunigung $\vec{a}$ setzt sich aus der zentripetalen $\vec{a_z}$ und der tangentialen $\vec{a_t}$ Be-



schleunigung zusammen. Also muss die tangentiale Beschleunigung noch bestimmt werden. Da die Beschleunigung beim Verlassen der Kurve am grössten ist, muss nur dieser Punkt untersucht werden. Die zurückgelegte Strecke s_1 ist:

$$s_1 = \frac{1}{2} a_t t^2 + v_0 t$$

Die Geschwindigkeit v_1 ist:

$$v_1 = a_t t + v_0$$

auflösen nach t und in s_1 einsetzen:

$$t = \frac{v_1 - v_0}{a_t}$$

$$s_1 = \frac{1}{2} a_t \frac{v_1^2 - 2v_1 v_0 + v_0^2}{a_t^2} + \frac{v_0 v_1 - v_0^2}{a_t} = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a_t}$$

Daraus kann unter Kenntniss der tangential Beschleunigung die Geschwindigkeit bestimmt werde:

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2a_t s_1}$$

oder die tangentiale Beschleunigung, wenn man für $s_1 = \frac{1}{4} 2\pi r$ einsetzt:

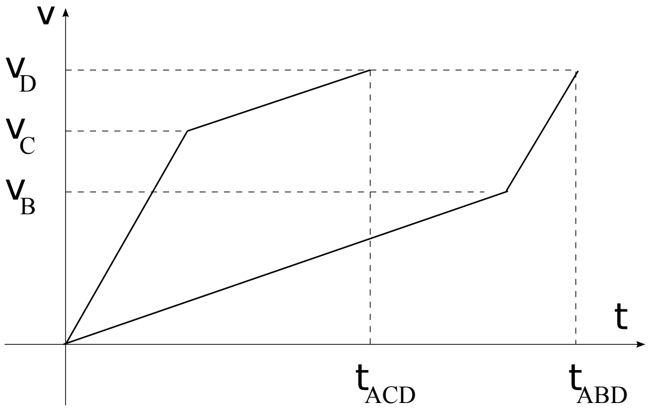
$$a_t = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2s_1} = \frac{v_1^2 - v_0^2}{\pi r} = 0.787 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Damit wird der Betrag der gesamt Beschleunigung $\vec{a}$:

$$a = \sqrt{a_z^2 + a_t^2} = 3.94 \text{ m/s}^2 \qquad \tan\alpha = \frac{a_z}{a_t} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 78.5^\circ$$

Zusatzaufgabe.

Folgende Überlegungen gelten nur, wenn keine Reibung vorhanden ist. Die Geschwindigkeiten in D sind gleich gross, weil die Strecke und die erfahrene Beschleunigung für beide Fälle gleich ist. Im Fall (1) ABD beschleunigt die Kugel von A nach B nur langsam, da das Gefälle klein ist. Im v-t Diagramm bedeuted dies eine geringe Steigung und entsprechend braucht die Kugel auch lange um in B anzukommen. Von B nach D fällt die Kugel, d.h. sie wird von ihrer kleinen Geschwindigkeit schnell auf eine grosse beschleunigt, entsprechend ist die Steigung im v-t Diagramm steil. Für den



Weg (2) ACD gilt, dass die Kugel zuerst fällt, also schnell beschleunigt wird und in C eine grosse Geschwindigkeit erreicht. Von C nach D wird sie zwar nur schwach beschleunigt, legt aber wegen ihrer schon hohen Geschwindigkeit die Strecke CD schnell zurück.