Departement Physik
Universität Basel
Prof. M. Poggio / PD Dr. M. Calame
T. Meier / C. Drechsel
tobias.meier@unibas.ch
c.drechsel@unibas.ch
Büro 3.04
Tel.: 061 207 37 30
http://adam.unibas.ch

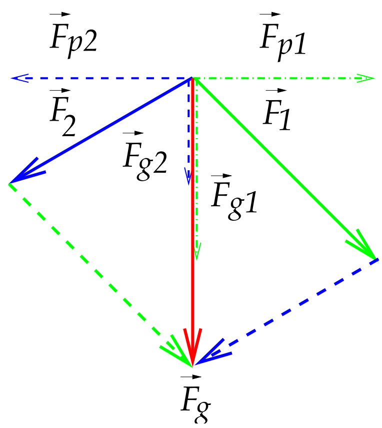
Übungen und Ergänzungen zur Einführung in die Physik I

für Studierende

der Biologie, Pharmazie und Geowissenschaften

Serie 3 / 26. September 2017 **Lösungen**

Aufgabe 10.



Die Kräfte F_1 und F_2 lassen sich in jeweils eine Kraftkomponente F_p parallel zur Aufhängung und in eine senkrecht F_g nach unten aufteilen. Die parallel Komponenten F_p müssen vom Betrag her gleich sein, nur in entgegen gesetzte Richtungen wirken, da sich das System im Gleichgewicht befindet.

$$\begin{aligned} F_{p1} &= F_{p2} \\ F_1 \sin(\alpha) &= F_2 \sin(\beta) \\ F_1 &= F_2 \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)} \end{aligned}$$

Die Summe der senkrechten Komponenten ist gleich die gesamte Kraft, mit der die Masse nach unten zieht, also:

$$F_{g1} + F_{g2} = F = mg$$

Für die senkrechten Komponenten gilt:

$$F_{g1} = F_1 \cos(\alpha) \qquad F_{g2} = F_2 \cos(\beta)$$

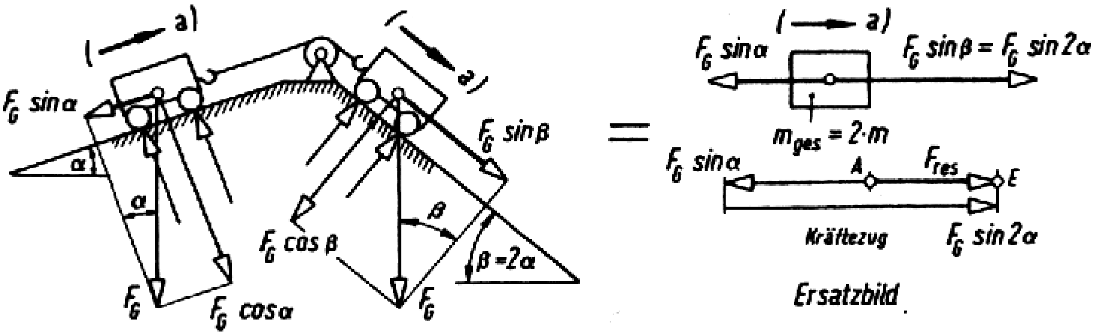
Somit folgt:

$$\begin{aligned} F = mg &= F_1 \cos(\alpha) + F_2 \cos(\beta) \\ &= F_2 \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)} \cos(\alpha) + F_2 \cos(\beta) \\ &= F_2 \frac{\cos(\alpha)\sin(\beta) + \sin(\alpha)\cos(\beta)}{\sin(\alpha)} \end{aligned}$$

Nach F_2 auflösen ergibt:

$$\begin{aligned} F_2 &= F \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)\sin(\beta) + \sin(\alpha)\cos(\beta)} = 3.58 \text{ N} \\ F_1 &= F \frac{\sin(\beta)}{\cos(\alpha)\sin(\beta) + \sin(\alpha)\cos(\beta)} = 4.39 \text{ N} \end{aligned}$$

Aufgabe 11.



a) Für die Berechnung der Gesamtkraft F_{res} sind nur die Komponenten von F_G relevant, die parallel zur Fahrbahn wirken:

$$F_{res} = -F_G \sin\alpha + F_G \sin 2\alpha = m_{ges} a = 2ma$$

Für $F_G = mg$ eingesetzt und nach a aufgelöst, ergibt:

$$a = \frac{g(\sin 2\alpha - \sin\alpha)}{2} = 1.476 \quad \mathrm{m/s^2}$$

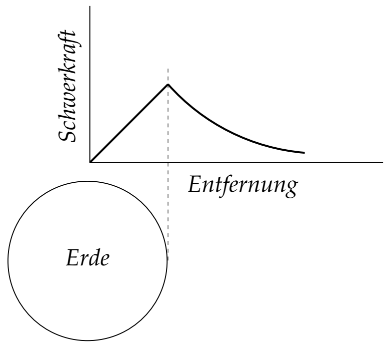
Die Beschleunigung a ist also unabhängig von der Masse der Wagen.

b) Für $\Delta t = 10$ s:

$$v = a\Delta t = 14.76 \quad \mathrm{m/s}$$

Aufgabe 12.

Die richtige Antwort ist (b). Es herrscht weniger Schwerkraft in der Höhle, weil man in der Höhle stehend einen Teil der Erdmasse über dem Kopf hat und diese an einem nach oben zieht, wodurch die Wirkung der Masse unter den Füssen, welche nach unten zieht, teilweise kompensiert wird. Auf der Erdoberfläche erfahren Dinge die grösste Schwerkraft.



Aufgabe 13.

(a) Der Satellit muss mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit die Erde umlaufen, mit der sich die Erde dreht.

$$\omega = \frac{2\pi}{86400} = 7.27 \cdot 10^{-5} \quad \frac{1}{\mathrm{s}}$$

Er bleibt nur dann auf der Kreisbahn, wenn die Zentrifugalkraft (Skript 103-7) gleich der Gravitationskraft (Skript 103-5) ist:

$$\begin{aligned} F_Z &= F_G \\ m\omega^2 r &= \gamma \frac{mM}{r^2} \\ \omega^2 r &= \gamma \frac{M}{r^2} \end{aligned}$$

m	Masse Satellit
M	Masse Erde
γ	Gravitationskonstante
r	Abstand zum Erdmittelpunkt

Darausfolgt für den Abstand zum Erdmittelpunkt:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt[3]{\frac{\gamma M}{\omega^2}} \\ &= 42300 \quad \text{km} \end{aligned}$$

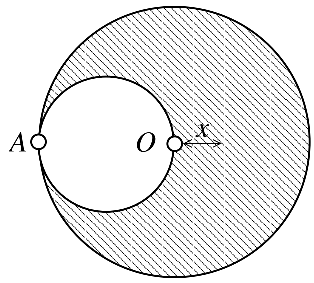
und zur Erdoberfläche beträgt der Abstand dann 36000 km.

(b) Die Bahnebene des Satelliten muss durch den Erdmittelpunkt gehen. Ihr Schnitt mit der Erdoberfläche ist ein Grosskreis. Wirklich stationär ist der Satellit nur, wenn dieser Grosskreis der Äquator ist; sonst pendelt er mit einer Periode von einem Tag zwischen Nord- und Südhalbkugel hin und her.

Zusatzaufgabe (nur für Studierende, die eine physikalische Herausforderung suchen - nicht prüfungsrelevant)

Die gesamte Fläche beträgt πR^2 und die Fläche der Aussparung $\pi \left(\frac{R}{2}\right)^2$. Dann ist die Fläche der schraffierten Region:

$$\pi R^2 - \pi (\frac{R}{2})^2 = \frac{3}{4}\pi R^2$$



Um die Position des neuen Schwerpunkts, durch den die Rotationsachse verlaufen wird zu finden, stellen wir uns die Scheibe mit Loch als eine Überlagerung einer massiven Scheibe (Radius R) und einer runden Scheibe negativer Masse (Radius $R/2$) vor. Die Masse ist propotional zur Scheibenfläche; wenn die Masse der schraffierten Region m ist, dann ist die gesamte Masse $\frac{4}{3}m$ und die Masse der Aussparung $-\frac{1}{3}m$. Wenn x der Abstand von der Scheibenmitte zu Rotationsachse (s. Bild) ist, dann gilt mit dem Schwerpunktsatz:

$$x = \frac{\frac{4}{3}m \cdot 0 + (-\frac{1}{3}m)(-\frac{R}{2})}{\frac{4}{3}m - \frac{1}{3}m} = \frac{R}{6}$$

Dabei wird die Richtung weg vom Loch als positiv angenommen. Für das Trägheitsmoment einer Scheibe gilt allgemein:

$$J_{Scheibe} = \frac{1}{2}mr^2$$

Mit dem Satz von Steiner erhalten wir die Trägheitsmomente bezogen auf den Punkt x wie folgt:

$$\begin{aligned} J_{Voll} &= \left(\frac{1}{2}(\frac{4}{3}m)R^2 + \frac{4}{3}m\left(\frac{R}{6}\right)^2 \right) \\ J_{Aussparung} &= \left(\frac{1}{2}(-\frac{1}{3}m)\left(\frac{1}{2}R\right)^2 + (-\frac{1}{3}m)\left(\frac{R}{2}+\frac{R}{6}\right)^2 \right) \end{aligned}$$

Das Summieren von Tägheitsmomenten bei gleicher Schwerpunktsachse ist möglich. Damit erhalten wir:

$$\begin{aligned} J &= J_{Voll} + J_{Aussparung} \\ J &= \left(\frac{2}{3}mR^2 + \frac{1}{27}mR^2\right) - \left(\frac{1}{24}mR^2 + \frac{4}{27}mR^2\right) \\ J &= \frac{37}{72}\,mR^2 \;=\; 0.15\ kgm^2 \end{aligned}$$