

Übungen und Ergänzungen zur Einführung in die Physik I
für Studierende
der Biologie, Pharmazie und Geowissenschaften

Serie 7 / 13. Oktober 2017

Lösungen

Aufgabe 27. Da die Kolben auf gleicher Höhe sind, ist der Druck in der Flüssigkeit an den Kolben gleich gross (System ist im Gleichgewicht):

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

Mit

$$F_2 = (m + m_K)g \quad \text{wird} \quad F_1 = (m + m_K)g \frac{A_1}{A_2} = 87.2 \quad \text{N}$$

Aufgabe 28. Aus dem Kapillaritätsgesetz (Skript 107-9) folgt:

$$\sigma_{1,3} - \sigma_{1,2} = \sigma_{2,3} \cos \theta$$

mit $\sigma_{2,3} = \sigma$ - Oberflächenspannung von Wasser gegen Luft (Dampf). Unter Verwendung der Steigformel und Einsetzen ergibt sich:

$$r = \frac{2(\sigma_{1,3} - \sigma_{1,2})}{hg\rho} = \frac{2\sigma \cos \theta}{hg\rho} = 1.13 \quad \mu\text{m}$$
$$d = 2r = 2.26 \quad \mu\text{m}$$

Aufgabe 29.

(a) Gemäss Bernoulli gilt allgemein:

$$p_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_3 + \rho gh_3 + \frac{1}{2}\rho v_3^2 = \text{konst}$$

Hier gilt: $p_1 = p_3 = \text{Luftdruck}$, $h_1 \stackrel{!}{=} 0$, $h_3 = h_r + h_w$, und $v_3 = 0$ da Wasserhöhe konstant.

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 = \rho g(h_r + h_w) \quad \Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{2g(h_r + h_w)} = 16.57 \quad \text{m/s}$$

(b) Aufgrund der Kontinuitätsgleichung gilt:

$$v_2 A_2 = v_1 A_1 \quad \text{mit} \quad A_i = \pi \left(\frac{d_i}{2} \right)^2$$

wobei A_i - Querschnittsfläche des Rohrs an den entsprechenden Stellen.
Es folgt:

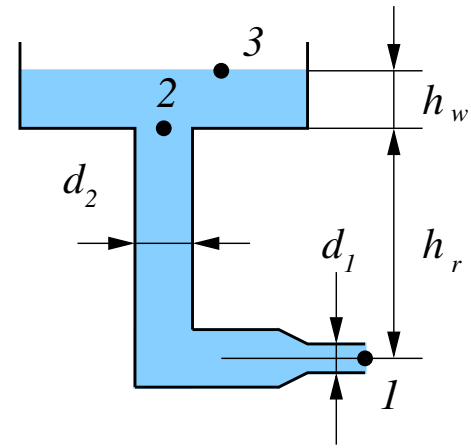
$$v_2 d_2^2 = v_1 d_1^2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = 7.36 \quad \text{m/s}$$

(c) Wieder mit Bernoulli-Gleichung:

$$p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 = p_3 + \rho g h_3 + \frac{1}{2} \rho v_3^2 = \text{konst}$$

Hier gilt: $p_3 = p_0 = \text{Luftdruck}$, $h_2 = h_r$, $h_3 = h_r + h_w$, v_2 siehe bei (b), $v_3 = 0$.

$$p_2 = p_0 + \rho g h_w - \frac{1}{2} \rho v_2^2 = 1.11 \quad \text{bar}$$



Aufgabe 30.

(a) Wasserströmung durch zylindrische Rohre

$$R_0 = \frac{8 \eta L}{\pi r_0^4}$$

Der Gesamtwiderstand des neuen Rohres, ist gleich dem der vier parallelen Rohre:

$$\frac{1}{R_n} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{4}{R_0}$$

Somit gilt:

$$R_n = \frac{1}{4} R_0$$

$$\frac{8 \eta L}{\pi r_n^4} = \frac{1}{4} \frac{8 \eta L}{\pi r_0^4}$$

$$\Rightarrow r_n = \sqrt[4]{4} r_0 = \sqrt{2} r_0 = 0.141 \quad \text{m}$$

(b) Reynoldssche Zahl:

$$I_0 = I_1$$

$$4 v_0 A_0 \stackrel{!}{=} v_1 A_1$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{1}{2} v_1$$

Reynoldssche Zahl: $Re = \frac{\rho v d}{\eta}$

$$\frac{Re_0}{Re_1} = \frac{v_0 r_0}{v_1 r_1}$$

$$\frac{Re_0}{Re_1} = \frac{v_0 r_0}{2 v_0 \sqrt{2} r_0}$$

$$\frac{Re_0}{Re_1} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

(c) Eine turbulente Strömung ist im Fall mit A_1 wahrscheinlicher, da die Geschwindigkeit v_1 grösser ist und somit die Reynoldssche Zahl Re_1 näher an der kritischen Reynoldsschen Zahl liegt, bei der turbulente Strömung auftritt.

Zusatzaufgabe.

(a) Es gilt:

$$\begin{aligned}mg &= V_K \rho_K g \\ F_A &= V_W \rho_W g\end{aligned}$$

wobei V_K das Volumen des Holzquaders und ρ_K seine Dichte sind. V_W ist das Volumen des Holzquaders, welches sich im Wasser befindet und ρ_W ist die Dichte des Wassers. Es folgt:

$$V_K \rho_K = V_W \rho_W \quad \Rightarrow \quad \frac{\rho_K}{\rho_W} = \frac{V_W}{V_K} = \frac{90}{100} \quad \Rightarrow \quad \rho_K = \frac{90}{100} \rho_W$$

(b) Das Öl bewirkt eine zusätzliche Auftriebskraft, somit ist das ins Wasser eingetauchte Volumen kleiner.

(c)

$$(h_O + h_W) A \rho_K g = h_W \rho_W A g + h_O \rho_O A g$$

$$(h_O + h_W) \rho_K = h_W \rho_W + h_O \rho_O$$

$$\frac{h_W}{h_O} = \frac{\rho_O - \rho_K}{\rho_K - \rho_W} = \frac{1}{2}$$

Der Volumenanteil im Wasser beträgt $1/3$, da die Höhe im Verhältnis 1:2 aufgeteilt wird.

